

$\left(1-\frac{4}{5}\right)=\frac{1}{15}$ , 故这道题被解出(至少有一人解出来)的概率  $P=1-P(A)=1-\frac{1}{15}=\frac{14}{15}$ .

9.  $\frac{3}{4}$  【解析】当李雷连胜 2 局或韩梅梅连胜 2 局时, 第二局比赛结束时比赛停止, 即  $P^2+(1-P)^2=\frac{5}{8}$ , 解得  $P=\frac{1}{4}$  或  $P=\frac{3}{4}$ .  $\because P>\frac{1}{2}$ ,  $\therefore P=\frac{3}{4}$ .

10.  $\frac{2}{27}$   $\frac{13}{27}$  【解析】由题意, 前 3 次射击中甲恰好击中 2 次, 即前 2 次甲都击中目标, 但第三次没有击中目标, 故概率为  $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{27}$ .  
第 4 次由甲射击包括甲连续射击 3 次且都击中; 第一次甲射击击中, 但第二次没有击中, 第三次由乙射击但没有击中; 第一次甲射击没有击中, 且乙射击第二次击中, 但第三次没有击中; 第一次甲射击没有击中, 且乙射击第二次没有击中, 第三次甲射击击中, 故第 4 次由甲射击的概率为  $\left(\frac{1}{3}\right)^3+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{13}{27}$ .

11. 【解】(1) 因为  $(0.025+a+0.40+0.35+0.05)\times 1=1$ , 所以  $a=0.175$ . 由题中频率分布直方图可知, 估计该校高一学生该天睡眠时间不少于 9 小时的频率为  $(0.35+0.05)\times 1=0.40$ .  
(2) 从该校高一学生中随机抽取 2 人, 用频率估计概率, 这两位学

生该天睡眠时间都小于 9 小时的概率为  $(1-0.4)^2=0.36$ , 所以至少有 1 人该天睡眠时间不小于 9 小时的概率为  $1-0.36=0.64$ .

12. 【解】(1) 设事件  $A$  表示“甲获得该高校综合评价录取资格”, 则  $P(A)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$ .  
(2) 设事件  $B$  表示“乙获得该高校综合评价录取资格”, 则  $P(B)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$ , 则甲、乙两位考生中有且只有一位考生获得该高校综合评价录取资格的概率  $P=P(\overline{A}B+\overline{B}A)=P(A)P(\overline{B})+P(\overline{A})P(B)=\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}+\frac{5}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{5}{18}$ .  
(3) 设事件  $C$  表示“丙获得该高校综合评价录取资格”, 则  $P(C)=\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{6}$ , 三人中至少有一人获得该高校综合评价录取资格的对立事件是三人都没有获得该高校综合评价录取资格, 所以三人中至少有一人获得该高校综合评价录取资格的概率  $P=1-P(\overline{A}\overline{B}\overline{C})=1-\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{91}{216}$ .

13. 【解】(1) 由题意可得, 记选择方案一, 甲获胜的事件为  $A$ . 事件  $A$  包含甲连胜两局, 记为  $A_1$ ; 甲第一局负, 第二、三局胜, 记为  $A_2$ ; 甲第一局胜, 第二局负, 第三局胜, 记为  $A_3$ .  $A_1, A_2, A_3$  互斥, 且每局比赛相互独立, 则

$$P(A_1)=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}; P(A_2)=\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{27}; P(A_3)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{27}.$$

$$P(A)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)=\frac{4}{9}+\frac{4}{27}+\frac{4}{27}=\frac{20}{27},$$

即甲获胜的概率

为  $\frac{20}{27}$ .

(2) 抛掷两枚质地均匀的骰子, 设向上的点数为  $(a, b)$ , 共有 36 个样本点, 为

$(1,1), (2,1), (3,1), (4,1), (5,1), (6,1), (1,2), (2,2), (3,2), (4,2), (5,2), (6,2), (1,3), (2,3), (3,3), (4,3), (5,3), (6,3), (1,4), (2,4), (3,4), (4,4), (5,4), (6,4), (1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (5,5), (6,5), (1,6), (2,6), (3,6), (4,6), (5,6), (6,6)$ . 两点数之和不大于 6 的样本点有 15 个, 为  $(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,3), (4,1), (4,2), (5,1)$ . 记事件  $C$  为“两点数之和不大于 6”, 则  $P(C)=\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$ .

记事件  $D$  为“点数之和大于 6”, 则  $P(D)=1-P(C)=1-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$ .

$\because P(C)<P(D)$ ,  $\therefore$  方案二被选择的可能性更大.

### 985 冲刺专题八 统计与概率综合问题

1. BCD 【解析】A 选项中共有 10 个数据,  $10\times 0.25=2.5$ , 则该组数据的 25% 分位数为 3, A 错误;  
设数据  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的平均数为  $\bar{x}$ , 则数据  $ax_1+b, ax_2+b, \dots, ax_n+b$  的平均数为  $(ax_1+b)+(ax_2+b)+\dots+(ax_n+b)\times\frac{1}{n}=a\bar{x}+b$ , 方差为  $\frac{1}{n}[(ax_1-a\bar{x})^2+(ax_2-a\bar{x})^2+\dots+(ax_n-a\bar{x})^2]=a^2\cdot\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\dots+(x_n-\bar{x})^2]=a^2s_x^2$ , 所

以标准差为  $\sqrt{a^2 \cdot s_x^2} = |a| s_x$ , B 正确;

由于三个事件  $A, B, C$  两两互斥, 根据互斥事件的概率加法公式,  $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$ , C 正确;

根据事件独立性的定义, D 正确.

2.  $\frac{2}{9}$  【解析】根据题意, 随机数中只有 021, 001, 130, 031 共 4 种情况符合要求, 则可以估计恰好抽取三次就停止的概率为  $\frac{4}{18} = \frac{2}{9}$ .

3. ③ 【解析】平均数受少数几个极端值的影响, 中位数不受少数几个极端值的影响, 故①错误; 抛掷两枚硬币, 出现“两枚都是正面朝上”的概率为  $\frac{1}{4}$ , “两枚都是反面朝上”的概率为  $\frac{1}{4}$ , “恰好一枚硬币正面朝上”的概率为  $\frac{1}{2}$ , 故

②错误;

用样本的频率分布估计总体分布的过程中, 样本容量越大, 估计越准确, 故③正确;

向一个圆面内随机地投一个点, 该点落在圆内任意一点都是等可能的, 但圆内有无数个点, 不满足古典概型的有限性, 故④错误.

4. ①③ 【解析】男生应抽取  $10 \times \frac{30}{30+20} = 6$  人, 故①正确;

某人将一枚质地均匀的硬币连续抛掷了 10 次, 正面朝上的情形出现了 6 次, 则正面朝上的频率为 0.6, 但是无论抛掷硬币多少次, 硬币正面朝上的概率均为 0.5, 故

②错误;

这组数据从小到大排列依次为 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 6, 因为  $10 \times 75\% = 7.5$ , 所以这组数据的 75% 分位数为 4, 故③正确.

5. 【解】(1) 设该城市人口总数为  $a$ , 则该城市人均 GDP 为

$\frac{1}{a}(8\ 000 \times 0.25a + 4\ 000 \times 0.30a + 6\ 000 \times 0.15a + 3\ 000 \times 0.10a + 10\ 000 \times 0.20a) = 6\ 400$  美元, 因为  $6\ 400 \in [4\ 046, 12\ 535]$ , 所以该城市人均 GDP 达到了中等偏上收入国家标准.

(2) “从 5 个行政区中随机抽取 2 个”的所有样本点为  $\{A, B\}, \{A, C\}, \{A, D\}, \{A, E\}, \{B, C\}, \{B, D\}, \{B, E\}, \{C, D\}, \{C, E\}, \{D, E\}$ , 共 10 个.

设事件  $M$  为“抽到的 2 个行政区人均 GDP 至少有一个没达到中等偏上收入国家标准”, 则事件  $M$  包含的样本点为  $\{A, B\}, \{A, D\}, \{B, C\}, \{B, D\}, \{B, E\}, \{C, D\}, \{D, E\}$ , 共 7 个, 所以所求概率为

$$P(M) = \frac{7}{10} = 0.7.$$

6. 【解】(1) 甲班样本数据的平均值为  $\frac{1}{5} \times (8+13+18+22+26) = 17.4$ , 由此估计甲班学生每周平均熬夜时长为 17.4 小时; 乙班样本数据的平均值为  $\frac{1}{5} \times (12+17+16+24+26) = 19$ , 由此估计乙班学生每周平均熬夜时长为 19 小时.

(2) 由题知, 甲班“过度熬夜”的有 3 人, 记为  $a, b, c$ ; 乙班“过度熬夜”的有 2 人, 记为  $d, e$ . 从中任取 2

人, 有  $ab, ac, ad, ae, bc, bd, be, cd, ce, de$ , 共 10 个样本点, 其中都来自甲班的有  $ab, ac, bc$ , 共 3 个样本点, 所以所求概率  $P = \frac{3}{10}$ .

7. 【解】(1) 由频率分布直方图得第七组的频率为

$$1 - (0.004 + 0.012 + 0.016 + 0.030 + 0.020 + 0.006 + 0.004) \times 10 = 0.080.$$

(2) 估计该地区 500 名学生这次考试成绩的平均分为  $70 \times 0.004 \times 10 + 80 \times 0.012 \times 10 + 90 \times 0.016 \times 10 + 100 \times 0.030 \times 10 + 110 \times 0.020 \times 10 + 120 \times 0.006 \times 10 + 130 \times 0.008 \times 10 + 140 \times 0.004 \times 10 = 102$ .

(3) 由频率分布直方图可知在  $[95, 105)$  内的频数为  $500 \times 0.030 \times 10 = 150$ , 在  $[105, 115)$  内的频数为  $500 \times 0.020 \times 10 = 100$ , 所以两组人数的比值为 3:2, 按照分层随机抽样抽取 5 人, 则在  $[95, 105)$ ,  $[105, 115)$  内分别抽取 3 人和 2 人, 记  $[95, 105)$  这组三人的编号为  $A, B, C$ ,  $[105, 115)$  这组两人的编号为  $a, b$ , 故从 5 人中随机抽取 2 名, 共有样本点  $(A, B), (A, C), (C, B), (A, a), (A, b), (B, a), (B, b), (C, a), (C, b), (a, b)$ , 共 10 个样本点. 设事件  $M =$  “从 5 个人中随机抽取两人, 抽取到的两人不在同一组”, 则  $M = \{(A, a), (A, b), (B, a), (B, b), (C, a), (C, b)\}$ , 共 6 个样本点.

故  $P(M) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ , 即从这 5 个人中随机抽取两人, 则抽取到的两人不在同一组的概率为  $\frac{3}{5}$ .

## 第七章 综合检测

1. A 【解析】“守株待兔”有可能发生, 有可能不发生, 是随机事件;

“瓮中捉鳖”一定会发生, 是必然事件; “水中捞月”不可能发生, 是

不可能事件; “水滴石穿”一定会发生, 是必然事件. 故 A 正确.